CANVIS D'UNITATS.

Les unitats fonamentals del Sistema Internacional són:

Magnitud	Símbol	Unitat (símbol)
Longitud	L	metre (m)
Massa	m	quilogram (kg)
Temps	t	segon (s)
Temperatura	T	Kelvin (K)
Intesitat de corrent	I	Ampere (A)
Intensitat lluminosa	I	candela (cd)
Quantitat de substància	n	mol (mol)

A partir d'aquestes unitats podem construir totes les unitats derivades.

Múltiples i submúltiples.

En algunes mesures s'ha d'utilitzar múltiples o submúltiples de les unitats, ja que, per exemple, no resulta útil expressar en segons el temps transcorregut entre dues dates. En aquests casos es pot mantenir el nom de la unitat precedit d'un **prefixe** que indica si la unitat bàsica està reduïda (submúltiple) o augmentada (múltiple).

Factor pel que es multiplica	Prefixe	
	Nom	Símbol
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
$1000000=10^{6}$	mega	M
$1000=10^{3}$	quilo-	k
$100=10^{2}$	hecto-	h
$10=10^{1}$	deca-	da
$1 = 10^{0}$	—	
$0{,}1=10^{-1}$	deci-	d
$0{,}01=10^{-2}$	centi-	c
$0{,}001=10^{-3}$	mil·li-	m
$0{,}000001=10^{-6}$	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

12	T
9	G
6	M
3	K
2	h
1	da
0	—
− 1	d
− 2	c
− 3	m
− 6	µ
− 9	n
− 12	p

El millor procediment per transformar unitats és fent ús dels factors de conversió. Un **factor de conversió** és una fracció de valor 1 que relaciona les unitats fonamentals que es volen transformar i s'obté de l'equivalència entre les dues unitats.

Per exemple: de l'equivalència 1 kg= 1000 g podem escriure dos factors de conversió: $\frac{1\,\text{kg}}{1000\,\text{g}}$ ó $\frac{1000\,\text{g}}{1\,\text{kg}}$

Farem ús d'un o l'altre segons convinga

Desam RG

FUNCIONS I GRÀFIQUES.

En la ciència sol ser habitual relacionar magnituds a través de "fórmules" i deduir "fórmules" a partir de gràfics.

1.Variable independent i dependent.

Imaginem que estem estudiant com varia l'allargament d'un ressort en funció de la massa que li pengem. En aquesta experiència estem relacionant dues magnituds l'allargament (y) amb la massa (m) i volem obtenir una "fórmula" que relacione la variable massa *m* amb la variable allargament *y*.

En l'experiència col·locarem diferents masses (m) al ressort i mesurarem l'allargament (y). Observeu que a la massa podem donar-li el valor que nosaltres desitgem mentre que l'allargament ve donat per la massa que hem col·locat. Per aquesta raó la variable *massa* ací és una **variable independent** mentre que la variable *allargament* és una **variable depenent**.

2. Funcions.

Per expressar matemàticament la relació entre dues variables s'utilitzen les funcions, que col·loquialment s'anomenen "fórmules". Una funció és una expressió algebraica que indica què val la **variable depenent** per a cada valor de la **variable independent**.

Per exemple la funció **y= 3 m + 5** ens diu què val **y** (depenent) per a cada valor de **m** (independent). Així si m= 2 g aleshores y (2)=3. 2 +5 =11.

3. Gràfiques.

Les funcions poden representar-se gràficament per veure com es comporten. Anem a representar les gràfiques de les funcions més bàsiques.

3.A.- La recta

Les gràfiques de les funcions de la forma **y = a x + b** on **a** i **b** són dues constants, són rectes.

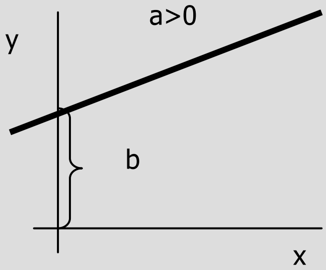
CONCLUSIONS:

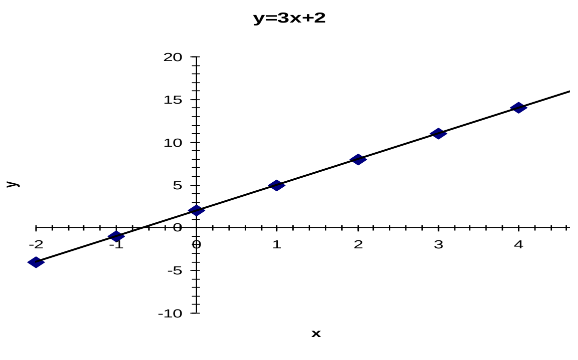
1. Les funcions de la forma y = a x + b són rectes.

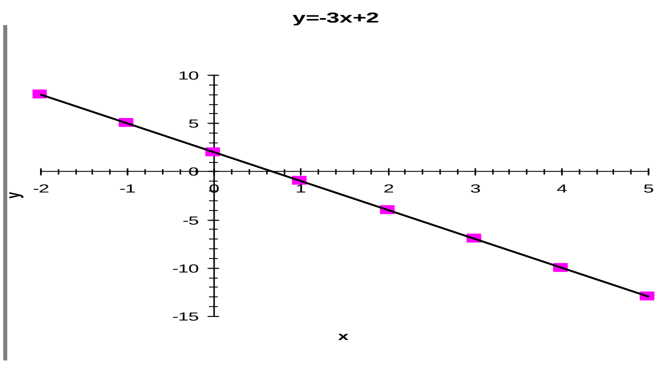
*2. Si el signe del coeficient **a** (pendent) és **positiu** la recta és "inclinada cap amunt" i si és **negatiu** és "inclinada cap a baix".*

*3. Com major siga el valor d'**a** (pendent) major inclinació tindrà la recta.*

*4. El coeficient **b**(ordenada en l'origen) correspon a la distància del punt de tall de la recta amb l'eix y a l'origen de coordenades.*



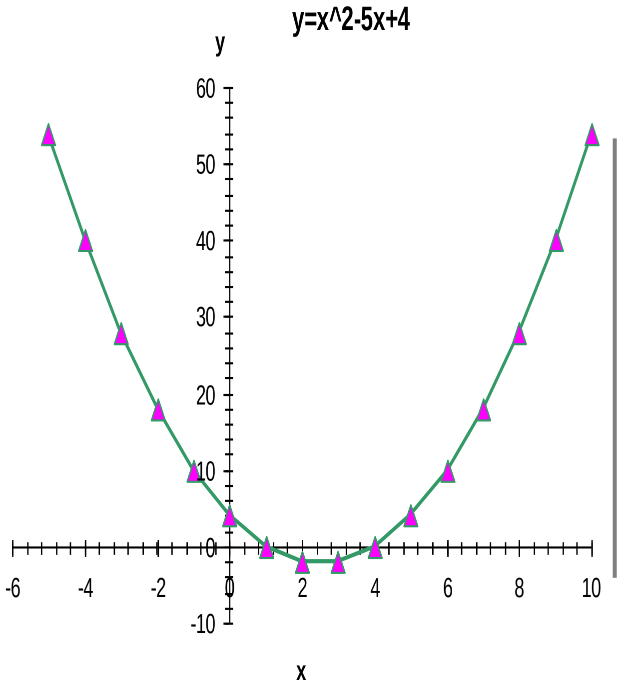


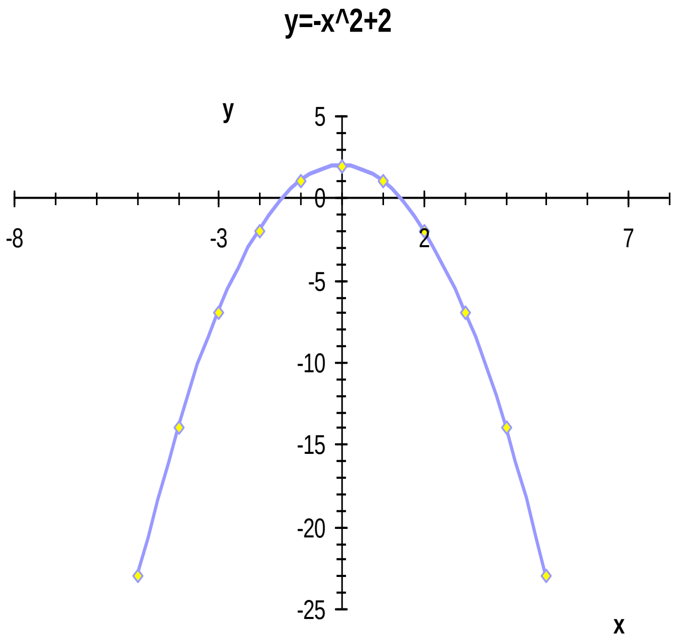


3.B.- La paràbola

Les gràfiques de les funcions de la forma **$y = a \cdot x^2 + b.x + c$** no són rectes i per observar la seua forma anem a estudiar alguns casos:

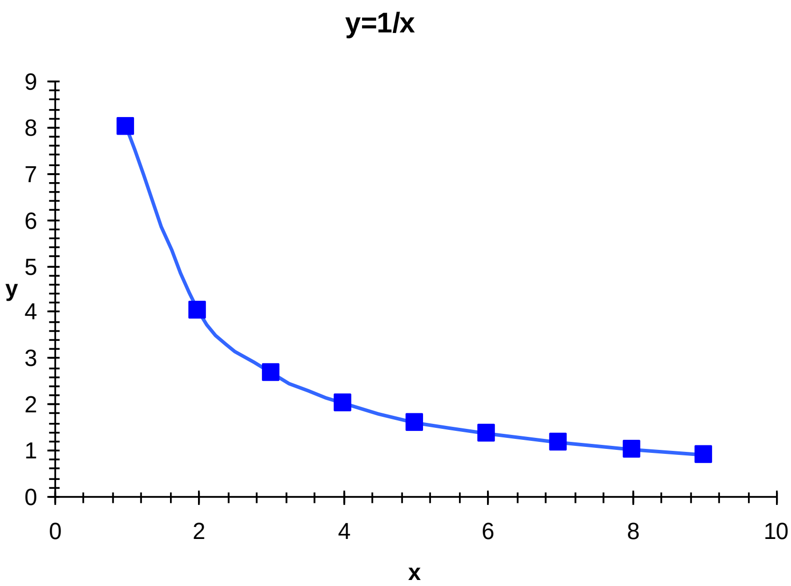
Com heu pogut observar en l'activitat anterior la gràfica és una paràbola que segons el valor d'***a*** està dirigida cap a dalt si ***a***>0 i cap a baix si ***a***<0.





3.C.- La hipèrbola.

Aquesta corba s'obté a partir de les funcions de la forma **$y = k / x$** on K és una constant.



TRIGONOMETRIA.

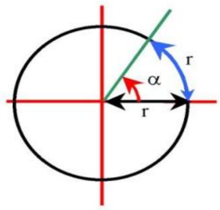
1. Unitats de mesura d'angles: graus i radians.

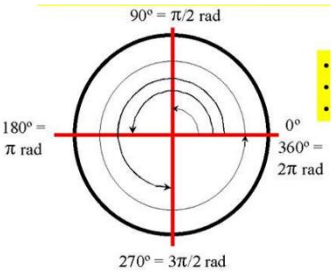
Mesura en Graus (DEG):

El grau és l'angle pla que, amb el vèrtex al centre d'un cercle, intercepta sobre la circumferència d'aquest cercle un arc de longitud 2πr/360. Per tant, un angle complet (una volta, gir o revolució sencera) mesura 360°. Altres angles molt importants són: angle recte 90° i angle pla 180°.
Un grau és igual a 60 minuts (1°= 60´) i un minut és igual a 60 segons (1´= 60´´).

Mesura en radians (rad):

El radian és l'angle pla que, amb el vèrtex al centre d'un cercle, intercepta sobre la circumferència d'aquest cercle un arc de longitud igual al radi. el simbolitzem per rad.





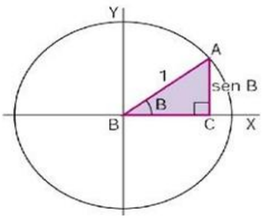
Equivalència entre graus i radians:

La longitud d'una circumferència és 2πr, per tant, un angle complet mesura 2πr/r=2π rad, és a dir 360°=2π rad, o equivalentment 180°=π rad.

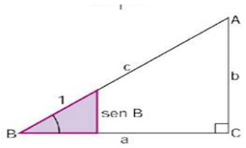
2. Raons trigonomètriques bàsiques: sin, cos i tan (tg).

Definicions.

Sobre un triangle rectangle, les raons trigonomètrics no són més que les raons de proporció que hi ha entre els seus catets i la hipotenusa.

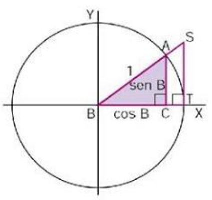


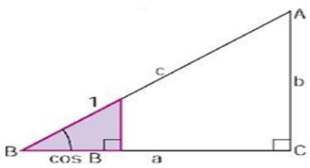
S'anomena **sinus** d'un angle a la raó entre el catet oposat i la hipotenusa.
Es designa per: sin x ⇒ sin x=catet oposat /hipotenusa



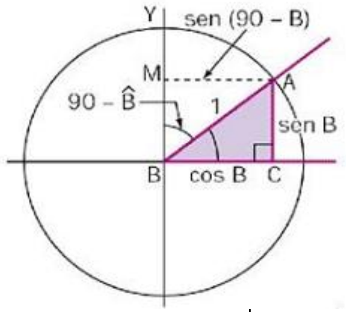
$$\frac{\text{sen B}}{1}=\frac{b}{c}\Rightarrow \text{sen B}=\frac{b}{c}$$

S'anomena **cosinus** d'un angle a la raó entre el catet contigu i la hipotenusa.
Es designa per: cos x⇒cos x=catet contigu /hipotenusa





$$\frac{\cos B}{1}=\frac{a}{c}\Rightarrow \cos B=\frac{a}{c}$$



S'anomena **tangent** d'un angle a la raó entre el catet oposat i el catet contigu.
Es designa per: tg x o tan x⇒tan x=catet oposat/catet contigu

3. Relacions entre les raons trigonomètriques bàsiques. Relacions fonamentals.

Desam RG

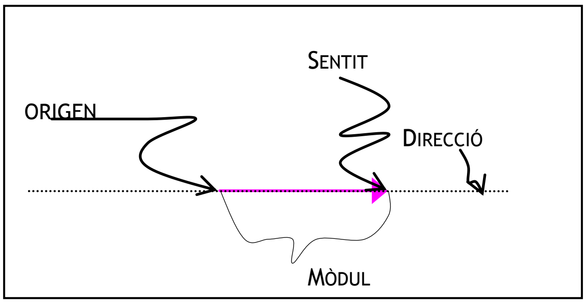
➥ $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ ➥ $\sin^2\alpha + \cos^2 \alpha = 1$

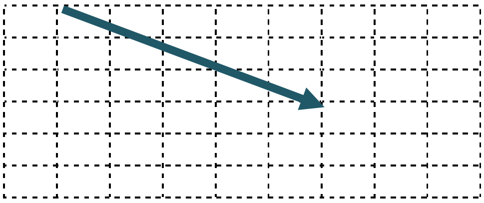
VECTORS.

Els vectors s'utilitzen per a representar magnituds vectorials. Aquestes magnituds són les que no queden definides completament amb un valor numèric i les unitats corresponents, sinó que cal indicar on s'aplica i cap a on es dirigeix.

Un VECTOR queda definit per uns paràmetres que són:

- Mòdul = valor numèric
- Direcció = línea recta on es defineix
- Sentit = representat per la "punta de fletxa" i ens indica "cap a on"
- Punt d'aplicació = punt on té lloc la seua acció (és a dir, el seu origen)





Es defineixen *vectors unitaris* en les direccions dels eixos de coordenades, i en sentit positiu:

en l'eix X ⇨ **i ,** en l'eix Y ⇨ **j,** en l'eix Z ⇨ **k**

El vector s'expressa en funció de les seues **components**, segons la fig.1: podem indicar que el vector en té cinc unitats cap a la dreta (5 **i**) i tres cap a baix (—3**j**), per tant el nostre vector serà : **5 i – 3 j**

Per a calcular el mòdul corresponent, apliquem el teorema de Pitàgoras

$$\mathbf{v} = 5\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} \Rightarrow |\mathbf{v}| = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$$

Operacions amb vectors

1. Suma i Resta

Gràficament: és suficient col·locar un vector a continuació de l'altre i unir l'origen del primer amb el final de l'últim.

Analíticament: Cal realitzar l'operació component a component

Ex: $\mathbf{v} = 5\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{v'} = -3\,\mathbf{i} - 1\,\mathbf{j}$

Si $\mathbf{r} = \mathbf{v} + \mathbf{v'} \Rightarrow \mathbf{r} = (5\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}) + (-3\,\mathbf{i} - 1\,\mathbf{j}) = [(5) + (-3)]\,\mathbf{i} + [(-3) + (-1)]\,\mathbf{j} = 2\,\mathbf{i} - 4\,\mathbf{j}$

2. Multiplicació i divisió per un escalar

Cal obtenir un vector en la mateixa direcció i sentit (sempre que siga un escalar positiu), però el mòdul del qual siga el resultant de multiplicar (o dividir) vector per l'escalar. Això s'aconsegueix multiplicant o dividint totes les components del vector per l'escalar.

Ex: **v** = 2 **i** — 3 **j**

Si 5* v = 5 * (2**i** — 3 **j**) = (5 * 2) **i** — (5 * 3) **j** = 10 **i** — 15 **j**

3. Multiplicació per un altre vector

3.1 Producte escalar: El resultat és un escalar.
El valor del qual es determina per: **v · v'** = / **v** / / **v'**/ cos α
On α és l'angle que formen entre ells els dos vectors (pel camí més curt).
Si volem expressar-lo en funció de les components dels vectors:
v · v' = $v_x \cdot v_x' + v_y \cdot v_y' + v_z \cdot v_z'$

3.2 Producte vectorial: El resultat és un vector, perpendicular al pla definit pels dos vectors implicats, i amb el sentit del llevataps avançant de **v** a **v'.**
El mòdul d'aquest vector es determina per: /**v** x **v'**/ = / **v** / / **v'**/ sin α
On α és l'angle que formen entre ells els dos vectors, **v** i **v'**.

ACTIVITATS.-

1. Canvis d'unitats

Realitzeu els següents canvis d'unitats:

(1).- 125 mm ⇒ nm
(2).- 7 dam ⇒ pm
(3).- 25 Tg ⇒ cg
(4).- 47 GL ⇒hL
(5).- 32 cm ⇒ pm
(6).- 47 Mg ⇒ hg
(7).- 15 kL ⇒ nL
(8).- 27 Tm ⇒ Mm
(9).- 15 m/s ⇒ km/h
(10).- 12 mg/min ⇒ dag/h
(11).- 32 GL/min ⇒ dL/ps
(12).- 21 g/cm^3 ⇒ kg/m^3
(13).- 57 m ^{3}/ h ⇒ µL/ps
(14).- 15 nm/mm^2 ⇒ Gm/h ^{2}
(15).- 37 hL/h ⇒ dm^3/s
(16).- 1,27 µm/L ⇒ Mm / dam^3
(17).- 103 Tg/min ⇒ dag/h
(18).- 1,25 m^2 /h ⇒ km^2 /min
(19).- 0,25 nm / min ⇒ Tm /h
(20).- 35 mg/L ⇒ hg / pL
(21).- 1,32 dg / L ⇒ kg / m^3
(22).- 2,45 nm^3 ⇒ GL
(23).- 53,5 dm/ min ^{2} ⇒ Mm/dia^2
(24).- 3,7 µm/min ⇒ Tm / ps

(25).- 0,125 hg / cm^3 ⇒ μg/ cL
(26).- 15 kg·dam/s ⇒ Tg·cm/h
(27).- 2, 5 m / kg ⇒ μm / Tg
(28).- 1,5 m^2/h ⇒ km ^{2}/min
(29).- 3,7 μm / h ⇒ Tm /ps
(30).- 13,5 m·L / s ⇒ Mm·pL / h
(31).- 4,15 m / s^2 ⇒ mm / min^2
(32).- 2,3 nm / ps ⇒ Tm / h
(33).- 1,2 nm / s^2 ⇒ km / h^2
(34).- 1,8 kg /hL·s ⇒ Tg /cm^3·h
(35).- 0,5 pL / s ⇒ $μm^3$ / h
(36).- 3,15 cm^3 / s^2 ⇒ nL / min^2
(37).- 1,17 cm·mg / h ⇒ Mm·Tg /ns
(38).- 107 mg / pl·s^2 ⇒ Tg / m^3·min^2
(39).- 37 g / mm^3 ⇒ Gg / m^3
(40).- 0,15 cm^3 / min^2 ⇒ μl /s

2. Funcions

Act. 1.- En una experiència estem mesurant com augmenta el volum d'aire d'una xeringa quan augmentem la temperatura de l'aire a la pressió atmosfèrica. Indica quina és la **variable independent,** i quina la **variable depenent** i quina es manté **constant o controlada.**

Act. 2.- Donada la funció F= 3·v^2 indica:
a)Quina és la variable independent i quina la depenent.
b)Què val F(1) i F(2).

Act. 3.-. La funció que relaciona l'altura a la que puja una pedra llançada des de terra en funció del temps és y=10 t — 5 t^2 on el temps està en segons i l'altura en metres.
a) Indica quina és la variable independent i quina la depenent.
b) Construeix la taula de valors per als instants que se sol·liciten:

t (s)	0	1	2	3	4
y(m)					

Act. 3BIS .- Considereu la funció: y = 3 x + 1 de la qual volem conèixer la seua gràfica.
a) Construïu la taula de doble entrada
b)Representeu el gràfic dels valors, col·locant en l'eix vertical (d'ordenades) la variable depenent i en l'horitzontal (d'abscisses) la independent.

Act. 4.- Donada la funció y= - 3 x + 2 es demana:
a) Calcular la taula de valors de y per a x= -2, -1,0, 1, 2, 3, 4, 5 i 6.
b) Fer una representació gràfica de la taula de valors.

Act. 5.- Construïu una taula de valors per a la funció y = 4 x + 5 i representeu-la gràficament en el mateix sistema d'eixos cartesians que heu fet servir per a l'activitat 4.

Act. 6. Representeu les gràfiques de les següents funcions quadràtiques:

1. $y= 2 x^2$ 2. $y= x^2 - 5.x + 4$ 3. $y=-x^2 + 2$

Act. 7. Representeu les gràfiques de les següents funcions:
1. $y = 1 / x$ 2. $y= 2 / x$
Construïu la taula fent servir els valors de x: 1/8; 3/8 ; 1/2 ; 5/8 ; 3/4; 7/8 i 1

Act. 8. Representa a mà alçada les següents gràfiques:
a) Una recta amb **pendent** negativa que tinga com a **ordenada en l'origen** 3.
b) Una paràbola que passe per l'origen de coordenades.

Act. 9. Representeu les rectes següents:
$y= x+2$; $y= 3 x - 4$ en el mateix sistema d'eixos.
a)Determineu les coordenades del punt on es tallen.
b)Resoleu el sistema d'equacions que formen ambdues rectes.

Vectors:

1.- Representeu els vectors:
$\mathbf{a}= 3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{b} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$

2.- Calculeu el mòdul dels vectors del exercici anterior

3.- Calculeu el mòdul dels vectors:
$\mathbf{c}= -2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$ i $\mathbf{d} = 2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$

4.- A partir de la figura, calculeu el mòdul i components dels vectors **e, f** i **g**

5.- Calculeu gràficament i analíticament: $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$
Si : $\mathbf{a}= 3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{b} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$

6.- Calculeu gràficament i analíticament: $\mathbf{R'} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$
Si : $\mathbf{a}= 3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{b} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$

7.- Calculeu gràficament: $\mathbf{R} = \mathbf{c} + \mathbf{d}$
Si : $\mathbf{c}= -2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$ i $\mathbf{d} = 2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$

8.- Determineu el producte escalar dels vectors següents i determineu l'angle que formen:
$\mathbf{a}= 3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{b} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$

9.- Dos vectors **v** i **u** tenen per mòdul 5 i 8, respectivament. Si l'angle que formen és de 60º, quant val el seu producte escalar?

10.- Determineu el mòdul del producte vectorial dels vectors següents:
$\mathbf{a}= 3\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ i $\mathbf{b} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$