

BLOC I: CAMP GRAVITATORI

1A PART: CAMP GRAVITATORI CREAT PER MASSES PUNTUALS

Anomenem **camp gravitatori** a una regió de l'espai en què s'aprecia l'efecte de la pertorbació provocada per la massa d'un cos. Perquè es pose de manifest cal introduir un altre cos originant-se una força d'atracció gravitatòria.

1) FORÇA D'ATRACCIÓ GRAVITATÒRIA: $\vec{F}_g = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r^2} \vec{ur}$ (Newton)

Unitats: M i m (kg); r (metres); $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

2) INTENSITAT DEL CAMP GRAVITATORI: $\vec{g} = \frac{-G \cdot M}{r^2} \vec{ur}$ (m/s²)

$\vec{g}(\text{total}) = \sum \vec{g}_i$ (Principi de superposició: quan hi ha una distribució de masses puntuals)

3) TREBALL DEGUT A LES FORCES GRAVITATÒRIES: El camp gravitatori és un camp **conservatiu** perquè el treball realitzat per les forces del camp sols depèn del punt inicial i final del desplaçament i no de la trajectòria seguida.

W = - ΔEp = Ep₀ – Ep_f (Julios) Conseqüències:

- a) El W de les forces del camp gravitatori al llarg d'una trajectòria tancada és zero
- b) $W > 0$ quan un cos de massa m s'acosta al que crea el camp (M).
- c) $W < 0$ quan un cos de massa m s'allunya al que crea el camp (M).

les forces gravitatòries són sempre atractives, qualsevol cos que quede lliure s'acostarà a la massa que el crea.

4) ENERGIA POTENCIAL GRAVITATORIA: $E_p = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r}$ (Julios)

un cos guanya energia potencial quan s'allunya de la Terra.

5) POTENCIAL GRAVITATORI EN UN PUNT: $V = \frac{-G \cdot M}{r}$ (J/kg ó Volts)

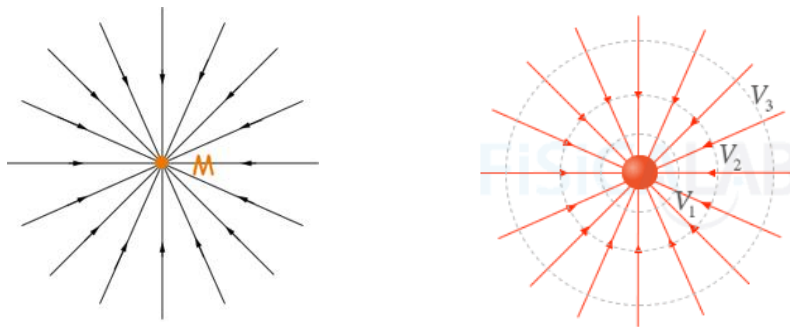
V(total) = Σ V_i (quan hi ha una distribució de masses puntuals)

Diferència de potencial entre dos punts del camp gravitatori: **ΔV = V_f – V_i**

EN RESUM: podem calcular el treball realitzat per a traslladar una massa (m) d'un punt a un altre del camp creat per un altra massa (M) com:

$$W = -\Delta E_p = E_{p0} - E_{pf} = -m \Delta V = -m (V_f - V_i) ; \quad V(\infty) = 0$$

6) REPRESENTACIÓ DEL CAMP GRAVITATORI: Es realitza mitjançant les **línies de camp** (són línies tangents al vector intensitat de camp en cada punt i que no es poden creuar) i les **superfícies equipotencials** (són regions de l'espai en què el potencial gravitatori té el mateix valor i que no es poden tallar). El W necessari per a desplaçar una massa d'un punt a un altre de la mateixa superfície equipotencial és zero.



2A PART: EL MOVIMENT DE COSSOS CELESTES

1) ESTUDI DEL MOVIMENT DE COSSOS CELESTES (PLANETES O SATÈL·LITS):

Les lleis de Kepler:

- Tots els planetes es mouen al voltant de Sol seguint òrbites el·líptiques.
- Els planetes es mouen seguint una velocitat areolar constant.
- Per a tots els planetes que giren al voltant del Sol: $T^2 / r^3 = k$ (constant)

Dinàmica dels cossos celestes: En qualsevol cos que gira, el moviment està causat per la següent igualtat:

F gravitatòria = F centrípeta

$$\frac{G \cdot M_{sol} \cdot m}{r^2} = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$G \cdot M_{sol} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r^3$$

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M_{sol}} \cdot r^3$$

$$T^2 = K \cdot r^3$$

Per a altres sistemes planetaris (diferents al sistema solar) o satèl·lits el valor de la k canvia, ja que canvia M_{sol} .

Amb aquesta important igualtat ($F_g = F_c$) podem calcular diverses magnituds com:

- a) la massa (m) del cos celeste que orbita.
- b) La massa (M) del cos celeste central que provoca el camp gravitatori.
- c) La velocitat orbital (v) del cos celeste que gira.
- d) El període orbital (T) del cos celeste que gira.

2) CAMP GRAVITATORI DE COSSOS CELESTES

2.1- Cada planeta que gira al voltant del Sol crea una **intensitat de camp gravitatori (g)** que disminueix a mesura que s'allunyen de la superfície d'aquest.

$$\vec{g} = \frac{-G \cdot M}{r^2} \vec{ur} \quad (\text{N/m ó m/s}^2)$$

g_0 és el valor en la superfície, quan $r = R_p$ (Radi planeta)

g és el valor a una altura determinada $r = (R_p + h)$

2.2- Cada planeta que gira al voltant del Sol o satèl·lit que gira al voltant d'un planeta ho fa a una **velocitat orbital** que podem també deduir al igualar la $F_{grav} = F_{centrípeta}$ i que es igual a:

$$V_{orbital} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad r = (R_p + h)$$

2.3- L'energia d'un cos que gira. Podem calcular l'**energia mecànica** que té un planeta o satèl·lit que gira en una determinada òrbita com:

$$E_{mecànica} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \left(\frac{-G \cdot M \cdot m}{r} \right) = \frac{-1}{2} \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

2.4- Velocitat d'escapament: és la velocitat que ha de tenir un cos per a alliberar-se de l'atracció gravitatòria d'un altre cos, M , que crea el camp i depèn de la distància entre els dos.

$$V_{escapament} \geq \sqrt{2 \cdot \frac{G \cdot M}{r}}$$

el cos pot estar en la superfície del planeta $r = R_p$ o bé en una òrbita a una altura (h) determinada $r = (R_p + h)$

2.5- Període de revolució (T): és el temps que tarda un cos celeste en completar la seua òrbita. Ho deduïm, com sempre, a partir de $F_{gravi} = F_{centrípeta}$.

Anomenem **satèl·lits geoestacionaris** a aquells que orbiten al voltant de la Terra i es mantenen sempre sobre el mateix punt, per tant tenen un període de revolució de 24 hores.

2.6- Velocitat de llançament per posar un satèl·lit en òrbita. Es llança un satèl·lit des de la superfície de la Terra fins a aconseguir una òrbita determinada.

$$V (\text{llançament}) = \sqrt{2 \cdot G \cdot M \left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{2r} \right)}$$

2.7- Càlcul de l'energia per a passar d'una òrbita a un altra. Volem ara que el nostre satèl·lit passe d'una òrbita (r_1) a un altra diferent (r_2).

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \left(\frac{-1}{2} \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{r_2} \right) - \left(\frac{-1}{2} \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{r_1} \right) = \frac{1}{2} G \cdot M m \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$